

А. К. ЧЕРКАШИН, С. В. СОЛОДЯНКИНА  
Институт географии СО РАН, г. Иркутск

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОТНОЙ СТРУКТУРЫ ГЕОМОВ ПРИБАЙКАЛЬЯ

*Изучены закономерности распределения географических систем ранга геомов по высотному градиенту. Исследования проводились с использованием ГИС ландшафтной карты окружения оз. Байкал и цифровой карты рельефа территории. Предложена математическая модель функций отклика разных геосистем на влияние комплекса факторов среды, в данном случае — высоты местоположения. На основе полученных кривых распределений ареалов геомов по высоте доказано существование инвариантной функции отклика, обоснован ее аналитический вид и определены правила ее пространственного варьирования в соответствии с изменением ее параметров.*

Ключевые слова: функциональная география, факторные зависимости, моделирование функции отклика геосистемы.

*The distribution patterns of geographical systems of the geom rank in altitudinal gradient have been explored. The studies were made by using the GIS landscape map for the surroundings of Lake Baikal, and the digital map for the territory's topography. We suggest the mathematical model of the response function of different geosystems to the influence of a complex of environmental factors, specifically the elevation in this case. On the basis of the resulting distribution curves for geom areas in altitude, we demonstrate the existence of an invariant response function, substantiate its analytical form and define the rules of its spatial variation with changes in its parameters.*

Keywords: functional geography, factor dependencies, modeling of the geosystem response function.

### ВВЕДЕНИЕ

Географические процессы во многом определяются местными факторами и условиями, изменение которых в пространстве и времени влияет на преобразование облика территории. Сами факторы и условия представляют собой характеристики географических систем и соответствуют их интегральным свойствам и режимам. Поиск факторных зависимостей с начала формирования учения о геосистемах [1] стал одной из приоритетных задач количественного анализа результатов стационарных географических исследований по методу комплексной ординации с применением полиномиальных аппроксимирующих уравнений [2].

Каждая географическая система обладает свойственными ей функциями, с одной стороны, отражающими связи характеристик систем, а с другой — определяющими ее роль в функционировании территории как целого [3]. Исследованием соответствующих закономерностей занимается раздел науки, который можно назвать функциональной географией, предмет которой объединяет задачи ординации и классификации геосистем, формирования факторальных рядов, факторальный и градиентный анализ, расчет ресурсной ренты, природного и экологического риска, интегральных показателей условий жизнедеятельности, функционального зонирования и др.

Это крайне важное и недостаточно изученное направление географической науки, объясняющее особенности реакции компонентов географических систем и системы в целом на воздействия среды и антропогенное влияние, а также оценивающее эти реакции с позиций появления положительных или отрицательных последствий и отражающее их на синтетических тематических картах. По этой причине оно сквозным образом проходит через географию, одновременно относится к ее природным, экономическим и социальным отраслям.

Функциональная география имеет прямые связи с факториальной экологией, а также с функциональной экологией — наукой о физиологических основах географического распространения организмов, сообществ и экосистем и об их адаптации к условиям существования [4]. Контакты с экономической тематикой имеются в разделе рыночной и инвестиционной оценки природных, экономических и социальных факторов развития, где разработаны интересные модели и методы количественного анализа данных с целью расчета доходов и ущербов в натуральном и денежном выражении [5]. Они применяются в процессе экологического и экономического аудита. Функциональная география, в частности, показывает, как объединяется и развивается местная экономика, чтобы соответствовать сложившимся политическим условиям и потребностям.

Такие направления исследований объединяются в теории функциональных систем [6], предмет исследования которой — сложные причинно-следственные связи, отношения «фактор—результат», «воздействие—реакция», «доза—эффект» и т. д. Связи отображаются функциями многих переменных, их выявление — главная задача этой теории. Она дополняет теорию динамических систем (геосистем), в уравнениях которой моделирует функциональные связи и интенсивности процессов в континууме признаков объекта и его среды. С другой стороны, теория географических комплексов объясняет появление подобия функциональных систем, дает возможность переходить от функции к функции при изменении местоположения. Теория потенциалов предлагает методы свертки факторов воздействия для количественного упрощения и качественного обобщения функций связи.

Одна из задач функциональной географии — выяснение закономерностей распространения географических систем разного типа и ранга по градиентам факторов природной среды, в частности, по высотному градиенту, комплексно отражающему влияние этой среды в горных ландшафтах. Этот показатель несет основную информацию о природных факторах, а его варьирование обусловлено местными особенностями воздействия среды (экспозицией, уклоном, температурой, влажностью, структурой почвы и т. д.).

### ОБЪЕКТЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Задачи градиентного анализа (распределение особей популяции по одно- или многомерному градиенту факторов) хорошо исследованы в факториальной экологии, где разработаны прямые и непрямые процедуры такого анализа и предложены математические модели функции отклика, описывающие закономерности влияния факторов на изменение характеристик экосистем. Предложено несколько уравнений, отражающих колоколообразную форму кривых «воздействие — реакция» [7, 8]. Простейшими стали квадратичные полиномиальные аппроксимации [2, 9]. Базовым является уравнение нормального распределения Гаусса [10, 11], которое в полулогарифмическом масштабе записывается следующим образом:

$$\ln P(x) - \ln P_0 = a(x - x_0)^2, \quad a = -1/(2\sigma^2), \quad (1)$$

где  $P(x)$  — обилие видов в условиях с характеристикой влияния  $x$ ;  $P_0 = P(x_0)$  — максимальное значение (мода) обилия при модальном значении  $x = x_0$ , в данном случае совпадающем со средним значением независимой переменной  $x$ ;  $\sigma$  — среднеквадратичное отклонение  $x$  от  $x_0$ .

Отмечено [7, 12], что реальные кривые  $P(x)$ , в отличие от гауссовых, имеют выраженную асимметрию, что продемонстрировано на примере зависимости обилия видов от температурных и почвенных факторов [13]. Это стало основанием для использования в качестве аппроксимации кривой логномального распределения. При этом полагается, что логарифмический масштаб более естественно подходит для описания природных связей [2, 10, 12]:

$$\ln P(x) - \ln P_0 = a(\ln x - \ln x_0)^2. \quad (2)$$

Другим обобщением (1) является гауссова логистическая функция [11]

$$\ln\left(\frac{P}{1-P}\right) = a(x - x_0)^2, \quad P(x) = 1/(1 + e^{-a(x-x_0)^2}). \quad (3)$$

Широко используется  $\beta$ -функция, отражающая несимметричность распределений:

$$\ln P - \ln P_0 = a \ln(x - x_0) + b \ln(x_1 - x), \quad (4)$$

где  $x_0, x_1$  — постоянные значения. Исследователи идут по пути поэтапного усложнения математической формы подобных соотношений [14, 15], часто не вникая в содержание изучаемых явлений.

Накопленный опыт показывает, что распределения обилия и продуктивности по градиентам факторов представляют собой асимметричные уни- и бимодальные кривые [12], описываемые функциями многих переменных. Применяемая техника полуэмпирического моделирования не учитывает этих особенностей. Необходимо, опираясь на базовые теоретические представления, решить его обратную задачу — выяснить структуру модели градиентного анализа и исследовать ее на адекватность наблюдаемым свойствам.

Исследования проводились на примере анализа частотных распределений встречаемости ареалов геомов по высотному градиенту в ландшафтном окружении оз. Байкал (участок 464 км × 558 км, 51°13′–56°01′ с. ш., 103°51′–109°15′ в. д.). Эта территория находится на стыке Южносибирской горной и Байкало-Джугджурской горнотаежной физико-географических областей — крупных подразделений физико-географического пояса с единством геологического строения и устройства подстилающей поверхности, влияющих на формирование климата [16]. В соответствии с особенностями геологической основы области делятся на провинции со своеобразной структурой вертикальной поясности.

Ландшафты Южносибирской горной области находятся в сфере проникновения центральноазиатских влияний в среду сибирской горной тайги, и для них характерно сочетание гумидных и полупустынных геосистем. Ландшафтам Байкало-Джугджурской горнотаежной области присущи качества, возникающие под удаленным воздействием муссонного климата Дальнего Востока [17]. Сочетание

**Характеристики геомов ландшафтов Прибайкалья**

Номер	Название	Доля площади на территории исследования, %	Модальная высота расположения, м	Модальная частота встречаемости, %
I	Гольцовые альпинотипные	2,0	1300	15,3
II	Гольцовые тундровые	2,4	1200	13,6
III	Подгольцовые кустарниковые	1,8	1000	14,9
IV	Подгольцовые лиственнично-редколесные и каменнобереговые	1,0	900	17,1
V	Подгольцовые темнохвойно-редколесные	2,0	1000	14,4
VI	Горнотаежные лиственничные редуцированного развития	0,4	800	17,1
VII	Межгорных понижений и долин таежные лиственничные редуцированного развития	0,1	500	14,2
VIII	Межгорных понижений и долин таежные темнохвойные редуцированного развития	0,1	1100	22,6
IX	Горнотаежные лиственничные ограниченного развития	8,4	400	24,4
X	Межгорных понижений и долин таежные лиственничные ограниченного развития	3,6	200	14,5
XI	Горнотаежные лиственничные оптимального развития	9,7	500	14,2
XII	Подгорные и межгорных понижений лиственнично-таежные оптимального развития	1,7	100	57,2
XIII	Подгорные подтаежные лиственничные	1,2	400	31,6
XIV	Горнотаежные темнохвойные редуцированного развития	1,1	800	23,5
XV	Горнотаежные темнохвойные ограниченного развития	19,0	500	25,4
XVI	Подгорные и межгорных понижений таежные темнохвойные ограниченного развития	4,6	400	21,8
XVII	Подгорные и межгорных понижений таежные кедрово-лиственничные ограниченного развития	3,0	300	30,6
XVIII	Горнотаежные темнохвойные оптимального развития	2,2	400	20,7
XIX	Подгорные и межгорных понижений таежные темнохвойные оптимального развития	1,1	300	24,8
XX	Горнотаежные сосновые	16,0	400	20,9
XXI	Подгорные подтаежные сосновые	6,8	100	38,3
XXVIII	Среднетаежные лиственничные (на равнинах)	0,2	300	42,6
XXIX	Южнотаежные темнохвойные возвышенностей	2,3	200	44,7
XXXI	Сосновые боровые равнин и долин олиготрофно-ксеро-мезофитного режима	1,6	200	39,2
XXXII	Подтаежные (на приподнятых равнинах и плато) лиственничные и сосновые	0,4	100	68,4
XXXIII	Подгорных равнин лугово-степные разнотравно-крупнозлаковые	0,2	100	81,7
XXXIV	Склоновые остепненно-луговые мелкозлаково-кобрезиевые	1,7	300	33,4
XXXV	Днищ котловин (подгорные) крупнозлаковые ковыльно-житняковые	5,0	200	29,6
XXXVII	Плакорные разнотравно-тырсовые	0,4	200	43,2

Примечание. Римские цифры соответствуют названиям геомов легенды ландшафтной карты [18].

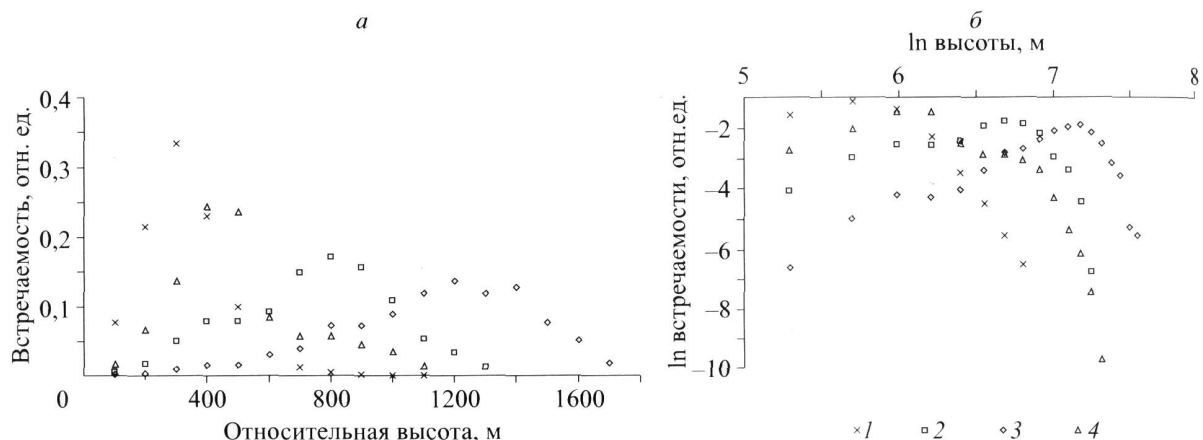


Рис. 1. Распределение площади геомов Прибайкалья по градиентам высоты в исходных показателях (а) и логарифмических координатах (б).

Геомы (см. таблицу): 1 – XXX, 2 – VI, 3 – II, 4 – IX.

зональных, секторальных и высотно-поясных закономерностей влияния географических факторов создает на территории разнообразие геосистем разного типологического ранга (от фаций до типов природной среды), отраженных на известной карте ландшафтов юга Восточной Сибири [18].

Для расчетов использовались ГИС ландшафтной карты [19] и цифровая карта рельефа — производная от SRTM (Shuttle Radar Topography Mission) — с разрешением по горизонтали 2330 м. Средствами ГИС при совмещении карт рассчитывалось распределение площади геомов по высоте с шагом 100 м, например, в интервале от 400 до 500 м. Верхнее значение градации высоты (500 м) принималось за ее количественную характеристику. Варьирование высот местоположений на территории составляет от 0 (урез воды оз. Байкал) до 2246 м.

Расчеты проводились по 19 градациям высоты (от 0 до 2000 м), где встречается более одного типа геоба. На территории исследования отмечено 29 геомов (см. таблицу) — от высокогорных гольцово-альпийно-тундровых (I) и гольцово-тундровых (II) до подгорных подтаежных сосново-лиственничных (XXI, XXXII) и лугово-степных равнинных (XXXIII). По площади преобладают горнотаежные лиственничные (IX), а также темнохвойные ограниченного развития (XV) и горнотаежные сосновые (XX) леса. На рис. 1 показаны данные распределения площади нескольких геомов по высотным градиентам, а в таблице представлен список геомов с указанием их количественных характеристик.

### МОДЕЛЬ ФУНКЦИИ ОТКЛИКА ГЕОСИСТЕМ

Базовое уравнение теории функциональных систем [6] в принятых обозначениях имеет вид:

$$\ln P(x) - \ln P_0 = A(x)(\ln x - \ln x_0), \quad (5)$$

где  $A(x)$  — функция связи высоты  $x$  и встречаемости геоба  $P(x)$ , зависящая от внутри- и внешнесистемных факторов. Уравнение (5) представляет собой пучок линий с центром  $(\ln P_0, \ln x_0)$  и переменным наклоном  $A(x)$ . Оно описывает вектор, конец которого вырисовывает значения  $\ln(P/P_0)$  — кривую годографа. Таким образом, функция  $\ln P(x)$  ответа на воздействия  $x$  представляет собой годограф вектора, направление  $A(x)$  которого регламентируется состоянием объекта и его среды. В случае логнормальной аппроксимации (2) будет  $A(x) = a(\ln x - \ln x_0)$  — линейная зависимость.

Для уточнения вида  $A(x)$  необходимо вычлнить эту функцию из данных наблюдений. Простейший вариант расчетов

$$A(x) = (\ln P - \ln P_0) / (\ln x - \ln x_0) \quad (6)$$

требует знания положения центра пучка  $(\ln P_0, \ln x_0)$ , которое необходимо определить теоретически и статистически. Предлагается несколько методов решения поставленной задачи.

Для упрощения записи проведем замену переменных  $y = \ln x$ ,  $y_0 = \ln x_0$ . Тогда уравнение (5) преобразуется к виду  $\ln P(y) - \ln P_0 = A(y)(y - y_0)$ . Кривые  $\ln P_1(y)$ ,  $\ln P_2(y)$  для двух геомов смещаются, соответственно, на величины  $\Delta y_1$  и  $\Delta y_2$  так, чтобы их максимумы совпадали с максимумом (модой) выделенного распределения  $\ln P(y)$ :

$$\ln P_1 - \ln P_{01} = A_1(y + \Delta y_1)(y + \Delta y_1 - y_{01}),$$

$$\ln P_2 - \ln P_{02} = A_2(y + \Delta y_2)(y + \Delta y_2 - y_{02}).$$

Это позволяет сравнить полученные распределения геомов по высоте, когда положения их моды совпадают:  $y + \Delta y_1 - y_{01} = y + \Delta y_2 - y_{02}$ . Отсюда возникает условие подобия распределений

$$\ln P_1 - \ln P_{01} = \frac{A_1(y + \Delta y_1)}{A_2(y + \Delta y_2)} (\ln P_2 - \ln P_{02}). \quad (7)$$

При  $A_1(y + \Delta y_1) / A_2(y + \Delta y_2) = c_{12} = \text{const}$  зависимость (7) линейна [3]:

$$\ln P_1 = c_{12} \ln P_2 + d_{12}, \quad d_{12} = -c_{12} \ln P_{02} + \ln P_{01} \quad (8)$$

с линейно связанными коэффициентами  $d_{12}(c_{12})$ . Рассчитав статистически по имеющимся данным значения  $c_{12}$  и  $d_{12}$  для разных пар кривых отклика и сравнив их  $d_{12}(c_{12})$ , методами линейной регрессии в соответствии с (8) найдем значения  $\ln P_{01}$ ,  $\ln P_{02}$ .

Сопоставлялись распределения площади разных геомов с распределением для выделенного геоба V. Величина  $c_{12}$  может принимать разные значения в интервале от 0 до 9, но большинство близки к 1, что говорит о пропорциональности соотношений  $P_1 / P_{01} = P_2 / P_{02}$ . Достоверна связь (8) коэффициентов  $d_{12} = 2,16c_{12} - 2,06$ ,  $R^2 = 0,99$ , откуда  $\ln P_{02} = -2,16$ ,  $\ln P_{01} = -2,06$ . Эти значения сопоставимы в силу симметричности зависимости (7) относительно переменных. Реализуя эту процедуру в разных сочетаниях распределений, находим, что величина  $\ln P_0$  у разных геомов отличается, но близка к  $-2,1$ , которую примем за основу расчетов. Это значение примерно соответствует логарифму минимальной величины моды распределений встречающихся геомов.

Таким образом, подтверждается постоянство соотношения  $A_1(y + \Delta y_1) / A_2(y + \Delta y_2) = c_{12}$ , определяющее линейное подобие распределений в логарифмических переменных  $y$ . Это свойство реализуется только в том случае, если вид функции  $A(y)$  сохраняется при смещении координат  $A_1(y + \Delta y_1) = c_{12}A_2(y + \Delta y_2)$ . Этим качеством обладают не все формулы, а только постоянные величины, тригонометрические функции, например  $\cos x$ , экспоненты  $\exp(\alpha x)$ , а также их произведения. В частности, при  $\alpha = \text{const}$

имеем  $\exp[\alpha(y + \Delta y_1)] / \exp[\alpha(y + \Delta y_2)] = \exp[\alpha(\Delta y_1 - \Delta y_2)] = c_{12}$  — разные постоянные величины  $c_{12}$  зависят от величины смещения по оси абсцисс  $y$ . Если  $A(y) = A$  — постоянная величина, то зависимость  $P(x)$ , согласно (5), будет степенным (аллометрическим) уравнением, распространенным при аппроксимации природных закономерностей:  $P = P_0(x/x_0)^A$ . При экспоненциальной форме  $A(y)$  получаем унимодальное распределение

$$\ln P(y) - \ln P_0 = Ce^{\alpha y}(y - y_0), \quad P = P_0(x/x_0)^{Cx^\alpha}, \quad (9)$$

где  $C$  — индивидуальная константа. Для этой зависимости мода равна

$$\ln P_{op} = -\frac{C}{\alpha} e^{\alpha \ln y_{op}} + \ln P_0 \quad \text{при} \quad y_{op} = \ln x_0 - \frac{1}{\alpha}. \quad (10)$$

При выборе в качестве  $A(y)$  тригонометрической функции получим полимодальное распределение  $P(x)$ .

При  $y_0 = 1/\alpha$  положение моды совпадает с началом координат  $y_{op} = 0$ , т. е. функция  $\ln P(y) - \ln P_0$  центрируется относительно начала координат. Тогда, как следует из (9) и (10),

$$\ln P_{op} - \ln P_0 = -Cy_0 = -C(y_{op} + 1/\alpha). \quad (11)$$

Согласно данным таблицы, между  $\ln P_{op}$  и  $y_{op} = \ln x_{op}$  действительно существует зависимость, близкая к линейной (рис. 2):  $\ln P_{op} = -0,55 \ln x_{op} + 1,97$  ( $R^2 = 0,80$ ). В соответствие с уравнением (11), значение  $P_{op}(y_{op})$  при  $C > 0$  уменьшается при росте величины  $y_{op}$ . Например, отмечено [12], что чем ниже модальная величина температуры  $x_{op}$ , тем выше максимальные значения встречаемости разных видов по ее градиенту.

Подобная зависимость позволяет утверждать, что для центрированных распределений имеет место устойчивая связь  $y_0 = 1/\alpha$ . Также переменные в уравнении (9) смещены на величину  $y_{op}$ , и для каждого нецентрированного (конкретного) распределения уравнение (9) должно быть записано в виде

$$\ln P - \ln P_0 = Ce^{\alpha(y - y_{op})}(y - y_{op} - y_0). \quad (12)$$

В этом случае при  $y = y_{op}$  автоматически выполняется условие (11).

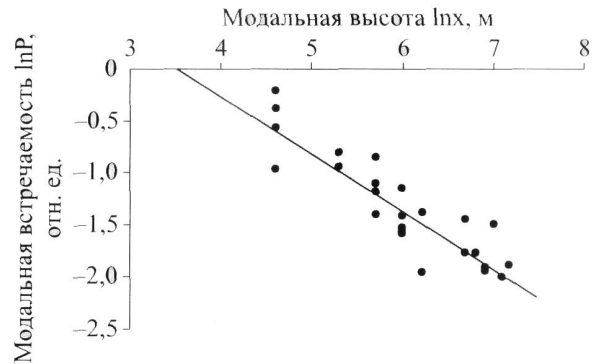


Рис. 2. Зависимость максимального значения встречаемости геомов от модальной высоты (в логарифмическом масштабе).

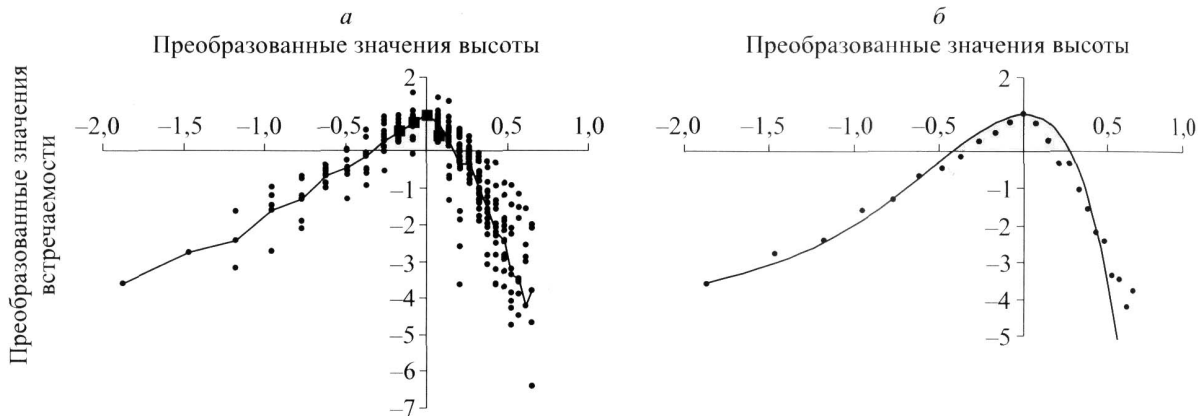


Рис. 3. Нормированные и центрированные логарифмические значения встречаемости различных геомов и линия тенденции их изменения по логарифму высоты (а), сравнение этой тенденции (точки) с результатами расчета по формуле (17) (б).

Нормируем функцию (12) относительно ее максимального значения и центрируем относительно начала координат:

$$V_p(y, \alpha) = \frac{\ln P - \ln P_0}{\ln P_{op} - \ln P_0} = -\alpha e^{\alpha y}(y - y_0). \quad (13)$$

Она зависит только от коэффициента  $\alpha$  и переменной  $y$ . Эмпирические кривые для  $V_p(y, \alpha)$ , рассчитанные при  $\ln P_0 = -2,1$  по частотным распределениям площадей геомов (см. рис. 1), при совмещении модальных значений распределений имеют максимум  $V_p(0, \alpha)$ , асимметричны и для разных геомов близки по форме. Наблюдаемые отклонения определяются варьированием значения  $\ln P_0$ .

Пусть  $\ln \bar{P}_0 = \ln P_0 - CG$  — базовое значение узла годографа, вырисовывающего кривую  $\ln P(y)$ , а  $CG$  — отклонение его от наблюдаемых значений  $\ln P_0$ . Тогда выражение (13) преобразуется в уравнение

$$V(y) = \frac{\ln P(y) - \ln \bar{P}_0}{\ln P_{op}(y_{op}) - \ln \bar{P}_0} = \frac{e^{\alpha y}(y - y_0) + G}{-y_0 + G}, \quad (14)$$

использование которого в расчетах при  $\ln \bar{P}_0 = -3,0$  еще более концентрирует преобразованные данные вокруг средней линии (рис. 3, а).

Попытка аппроксимации вычисленных по (14) данных показывает, что правая часть уравнения (14) хорошо описывает выявленные закономерности только при смене знака переменной  $y \rightarrow -y$  (см. рис. 3, б)

$$V(-y) = \frac{\ln P(y) - \ln \bar{P}_0}{\ln P_{op}(y_{op}) - \ln \bar{P}_0} = \frac{e^{-\alpha y}(-y - y_0) + G}{-y_0 + G} \quad (15)$$

с постоянными значениями  $\alpha = -1,91$ ,  $G = -0,42$ ,  $y_0 = 1/\alpha = -0,52 < G$ . Тогда исходное уравнение (5) правильной записать в виде  $\ln P(y) - \ln P_0 = -A(y)(y + y_0)$ . С учетом равенства  $\ln P_0 = \ln P_{op} + Cy_0$ ,

получаем  $\ln P(y) - \ln P_{op} = -C[e^{-\alpha y}(y + y_0) - y_0]$  для центрированных распределений. Здесь функция  $\Phi(y) = -[e^{-\alpha y}(y + y_0) - y_0]$  представляет собой инвариант построения кривых распределения. Для нецентрированных рас-

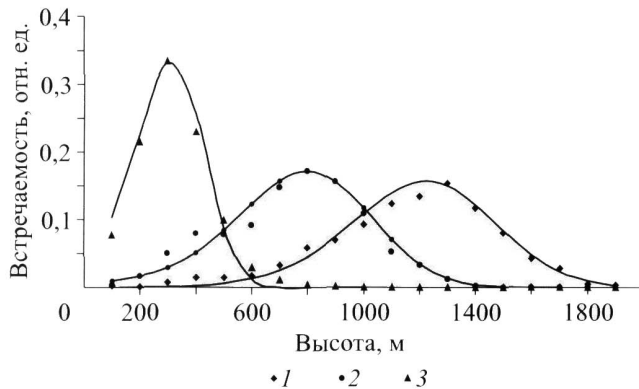


Рис. 4. Сопоставление исходных (точки) и расчетных (линии) значений распределения встречаемости геомов по высоте.

Геомы (см. таблицу): 1 — I, 2 — VI, 3 — XXXIV.

пределений вводится смещение величины  $y$  на значение  $y_{op}$ , откуда  $P(y) / P_{op} = \exp(C\Phi(y - y_{op}))$ . Итоговое уравнение в исходных координатах  $x$  выглядит следующим образом:

$$P(x) = P_{op} \exp\left[-C\left(e^{-\alpha(\ln x - \ln x_{op})}(\ln x - \ln x_{op} + y_0)\right) + Cy_0\right], \quad y_0 = 1/\alpha. \quad (16)$$

При расчетах конкретных кривых распределений необходимо знать положение  $x_{op}$  и значение  $P_{op}$  их моды, постоянную величину коэффициента  $\alpha = -1,91$ ; параметр  $C$  подбирается для каждого распределения площади геома индивидуально. Функция (16) хорошо аппроксимирует исходные данные (рис. 4). Величина  $C$  связана со значениями  $x_{op}$ :  $\ln C = 1,82 \ln x_{op} - 10,2$ ,  $R^2 = 0,7$ . Коэффициент 1,82 близок по значению к величине  $-\alpha = 1,91$ , поэтому можно предположить, что  $C \approx C_0 e^{-\alpha \ln x_{op}}$ .

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Хорошее сходство нормированных и центрированных данных и уравнения (15), а также распределений и уравнения (16), позволяет принять исходные формулы (5) и (9) в качестве основы описания функции отклика. Результаты сравнения с эмпирическими данными уравнения (16) позволяют уточнить вид формулы (9):

$$\ln P - \ln P_0 = -C e^{-\alpha(y - y_{op})} (y - (y_{op} - y_0)), \quad \ln P_0 = \ln P_{op} + Cy_0. \quad (17)$$

Сопоставление этого соотношения с (9) указывает на необходимость замены  $C e^{\alpha y} \rightarrow -C e^{-\alpha(y - y_{op})}$ ,  $y_0 \rightarrow (y_{op} - y_0)$ , которая не меняет сути гипотезы (5), но немного упрощает расчеты по уравнению (16), базируясь на модальных значениях. Коэффициенты  $\alpha$ ,  $y_0 = 1/\alpha$  для частотных распределений геомов остаются постоянными во всех случаях, т. е. являются универсальными географическими константами.

Нормированные и центрированные зависимости  $\ln(P(y + y_{op}) / P_{op}) = -C(e^{-\alpha y}(y + y_0) - y_0)$  имеют индивидуальный коэффициент  $C$  и инвариантную функцию  $F(y) = e^{-\alpha y}(y + y_0) - y_0$ , позволяющую сопоставлять разные распределения:

$$\ln(P(y + y_{op}) / P_{op}) = \frac{C}{C_1} \ln(P_1(y + y_{op1}) / P_{op1}),$$

или

$$P(y + y_{op}) = P_{op} (P_1(y + y_{op1}) / P_{op1})^{C/C_1} \quad (18)$$

— степенная (аллометрическая) зависимость смещенных по параметру  $y$  географических характеристик. Существование степенных связей характеристик природных систем связывают с существованием инвариантных функций, управляющих согласованным ростом и развитием этих систем [20]. Функция  $F(y) = e^{-ay}(y + y_0) - y_0$  — пример их существования.

Связи распределений площади разных геомов по высоте демонстрируют существование на исследуемой территории функционального высотно-поясного геокомплекса со свойством подобия функций отклика характеристик разных геосистем на воздействие комплексных факторов. Это позволяет на основе знаний одних закономерностей распределения характеристик по формуле (18) переходить к другим, реализуя методы сравнительно-географического функционального моделирования [21].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сочава В. Б. Введение в учение о геосистемах. — Новосибирск: Наука, 1978. — 319 с.
2. Сочава В. Б., Кугелевичус И. Б., Лиопо Т. Н. Метод комплексной ординации и принципы количественной оценки природных режимов // Топология степных геосистем. — Л.: Наука, 1970. — С. 27–44.
3. Черкашин А. К., Солодянкина С. В. Гомологические модели функциональных связей // Гомология и гомология географических систем. — Новосибирск, Наука, 2009. — С. 222–228.
4. Керженцев А. С. Функциональная экология. — М.: Наука, 2006. — 264 с.
5. Грибовский С. В. Оценка доходной недвижимости. — СПб: Питер, 2001. — 336 с.
6. Черкашин А. К. Полисистемное моделирование. — Новосибирск: Наука, 2005. — 280 с.
7. Austin M. P. On non-linear species response models in ordination // Vegetatio. — 1976. — Vol. 33, № 1. — P. 33–41.
8. Austin M. Performance of four ordination techniques assuming three different non-linear species response models // Vegetatio. — 1976. — Vol. 33, №1. — P. 43–49.
9. Box G. E. P., Wilson K. B. On the Experimental Attainment of Optimum Conditions (with discussion) // Journ. of the Royal Statistic. Soc. Ser. — 1951. — Ser. B, vol. 13(1). — P. 1–45.
10. Gauch N. G., Whittaker R. H. Coenocline simulation // Ecology. — 1972. — Vol. 53. — P. 446–451.
11. Ter Braak C. J. E., Looman C. W. N. Weighted averaging, logistic regression and the Gaussian response model // Vegetatio. — 1986. — Vol. 65. — P. 3–11.
12. Austin M. P. Models for the analysis of species' response to environmental gradients // Vegetatio. — 1987. — Vol. 69. — P. 35–45.
13. Austin M. P. Community theory and competition in vegetation // Perspectives on Plant Competition. — San Diego: Acad. Press, 1990. — P. 215–238.
14. Huisman J., Olf H., Fresco L. F. M. A hierarchical set of models for species response analysis // Journ. of Vegetat. Sci. — 1993. — № 4. — P. 37–46.
15. Damgaard C. Modelling Ecological Presence-absence Data along an Environmental Gradient: Threshold Levels of the Environment // Journ. Environmental and Ecol. Statistics. — 2006. — Vol. 13, № 2. — P. 229–236.
16. Сочава В. Б. Определение некоторых понятий и терминов физической географии // Докл. Ин-та географии Сибири и Дальнего Востока. — 1963. — Вып. 3. — С. 50–59.
17. Сочава В. Б., Ряшин В. А., Белов А. В. Главнейшие природные рубежи в южной части Восточной Сибири. // Докл. Ин-та географии Сибири и Дальнего Востока. — 1963. — Вып. 4. — С. 19–24.
18. Ландшафты юга Восточной Сибири: Карта м-ба 1:1 500 000 / Михеев В. С., Ряшин В. А. — М.: ГУГК. — 1977. — 4 л.
19. Сороковой А. А. Ландшафтная структура Байкальской природной территории (геоинформационный анализ): Автореф. дис. ... канд. геогр. наук. — Иркутск, 2008. — 23 с.
20. Huxley J. Problems of relative growth. — London: Meyhuen, 1932. — 296 p.
21. Черкашин А. К., Солодянкина С. В. Геоинформационное моделирование и картографирование углеродного запаса бореальных лесов Прибайкалья // Интеркарто/ИнтерГИС-16. Устойчивое развитие территории: теория ГИС и практический опыт. — Ростов-на-Дону: ЮНЦ РАН, 2010. — С. 388–395.

Поступила в редакцию 7 октября 2010 г.